

6.6 Gegenseitige Lage von Geraden

Welche Lage können zwei Geraden in der Ebene zueinander haben?

3 Fälle: identisch, parallel oder ein Schnittpunkt
(der Fall $g \perp h$ ist ein Spezialfall zu „sie schneiden sich“)

Skizziere alle drei Fälle.

Welche Lage können zwei Geraden im Raum zueinander haben?

Nimm zwei Stifte in die Hand, jeder stellt eine Gerade dar. Gibt es eine weitere Möglichkeit?

Halte sie so, dass sie nicht parallel sind, aber sich auch nicht berühren. Diesen Fall nennt man windschief.

Für die Lage zweier Geraden im Raum zueinander unterscheidet man vier Fälle.

A. identisch (Kurzschreibweise: $g = h$)

B. echt parallel ($g \parallel h$ aber $g \neq h$)

C. sie schneiden sich ($g \cap h = \{S\}$)

D. sie sind windschief ($g \cap h = \{\} \text{ und } g \nparallel h$)

Wir untersuchen zuerst A und B.

Arbeit dazu 223/Aufgabe 1 durch.

Hektentag: 223/Aufgabe 1 und Merke: 224/1/ab

Übungen: 224/3 ab, 4, 5

Hier wäre wahrscheinlich eine gute Stelle, um für heute mit Mathe aufzuhören.

Man zu den Fällen C und D:

Wenn man A und B ausschließen kann, weil die Richtungsvektoren keine Vielfache voneinander sind, überprüft man, ob es einen gemeinsamen Punkt gibt (C) oder nicht (D).

225 / Einführung → ins Heft

Korrektur: In dem Abschnitt unter der Abbildung, der mit „Gibt es einen...“ beginnt, soll „gibt es Zahlen für v zu t“ vermutlich „r und t“ heißen.

Ergänzung: Den unteren Teil, nämlich die Lösung des LGS kann man u.E. etwas einfacher handhaben:

Man löst eine Gleichung nach einem Parameter auf, setzt dies in eine andere ein und berechnet damit beide Parameter. Anschließend setzt man beide in die 3. Gleichung ein. Ist diese erfüllt, gibt es einen Schnittpunkt, ansonsten nicht.

Konkret im Beispiel:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

aus (1): $r = 12 + 4t$

in (2): $8 - 3 \cdot (12 + 4t) = 2 + 3t$

$$8 - 36 - 12t = 2 + 3t$$

$$-30 = 15t \rightarrow \underline{t = -2}$$

t in (1): $r = 12 + 4 \cdot (-2) = \underline{4}$

in (3): $8 - 2 \cdot 4 = -12 + (-2) \cdot (-6)$

$0 = 0 \checkmark \Rightarrow$ Es gibt einen SP

Weiter siehe S. 226

S. 227 / Aufgabe 1 \rightarrow ins Heft
auch hier wieder keine Alternative:

$$g \parallel h: \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \downarrow$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

aus (1): $r = 8 + 4t$

in (4): $-4 + 3 \cdot (8 + 4t) = 2 + 3t$

$$-4 + 24 + 12t = 2 + 3t$$

$$9t = -18 \Rightarrow \underline{t = -2}$$

in (1): $r = 8 + 4 \cdot (-2) = 0$

in (3): $5 + 2 \cdot 0 = -12 + (-2) \cdot (-6)$

$$5 = 0 \quad \downarrow$$

\Rightarrow Es gibt keinen gemeinsamen Punkt

\rightarrow g und h sind windschief

AD 25: Mit S. 228 / (2) anfüllen

Übungen: 20, 2, 3, 4b, 5, 6c, 7, 10, 11, 13, 14, 15