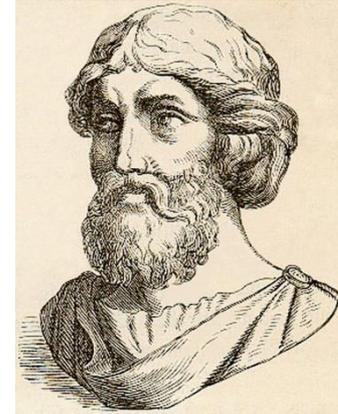


Beweise zum Satz des Pythagoras

1. Rechnerischer Beweis
2. Beweis durch „Puzzlen“



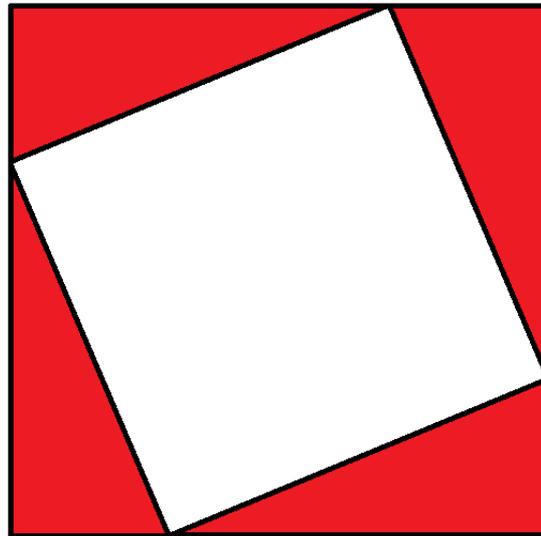
Ziel:

Versuche die Beweise mit Hilfe der Anleitung selbst zu finden.

Falls das nicht klappt, schaue dir die Lösung an und versuche, den Beweis zu verstehen. Du solltest ihn danach selbst erklären können.

Rechnerischer Beweis (1)

Zeichne die folgende Figur in dein Heft:

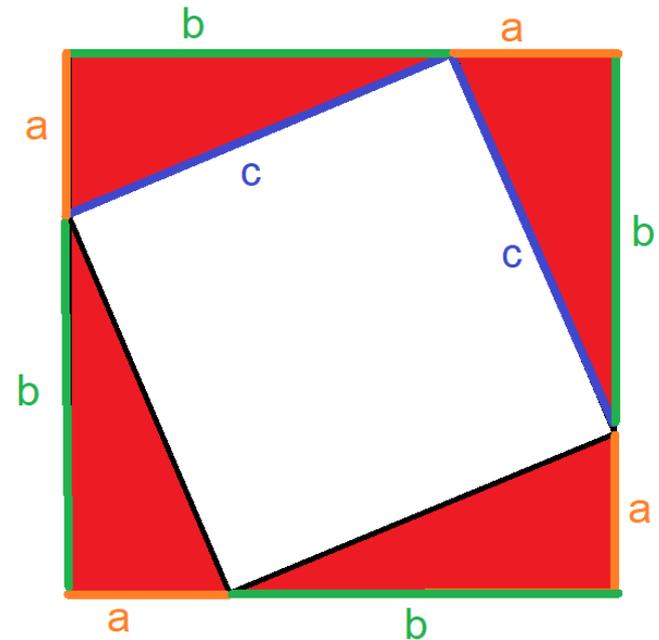


Die roten Dreiecke sind rechtwinklig. Die Hypotenuse soll die Länge c haben, die längere Kathete die Länge b und die kürzere die Länge a .

Trage diese Längen an 2 den Dreiecken ein!

Rechnerischer Beweis (2)

1. Gib den Flächeninhalt des großen Quadrats mit Hilfe seiner Seitelänge an.
2. Gib den Flächeninhalt des „inneren“ weißen Quadrats mit Hilfe seiner Seitenlänge an.
3. Berechne den Flächeninhalt eines der roten Dreiecke mit Hilfe der gegebenen Seitenlängen. Beachte dabei den rechten Winkel.

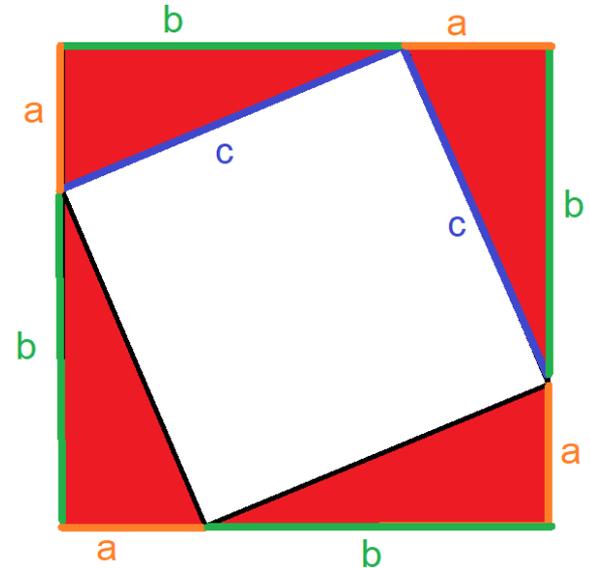


Der Flächeninhalt des „inneren Quadrats“ und der 4 Dreiecke ergeben zusammen den Flächeninhalt des großen Quadrats. Schreibe mit Hilfe deiner Terme aus 1.-3. die passende Gleichung auf:

$$A_{\text{großes Quadrat}} = A_{\text{Dreiecke}} + A_{\text{inneres Quadrat}}$$

Rechnerischer Beweis (3)

$$(a + b)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b + c^2$$



Vereinfache nun die Terme auf beiden Seiten der Gleichung soweit wie möglich. Am Schluss musst du nur noch auf beiden Seiten der Gleichung etwas subtrahieren und du hast den Satz des Pythagoras bewiesen! 🍷

Rechnerischer Beweis - Lösung

Falls du dir nicht ganz sicher bist oder den Beweis noch nicht geschafft hast, schaue dir das folgende Youtube-Video an.

<https://www.youtube.com/watch?v=0E-dDGQXXzQ>

Versuche anschließend den Beweis noch einmal selbstständig in dein Heft zu schreiben!

Puzzle-Beweis (1)

Dafür benötigst du das Pythagoras-Puzzle. Die Seitenlängen der Dreiecke sollen wieder a, b und c sein.

Wie groß sind dann die Seitenlängen/die Flächeninhalte der Quadrate? Beschrifte sie!

Zeichne zuerst zwei Quadrate mit der Seitenlänge $a+b$ (an den Puzzleteilen abmessen) in dein Heft.

Puzzle-Beweis (2)

Fülle nun die beiden Quadrate in deinem Heft mit

- dem blauen Quadrat und 4 Dreiecken.
- den beiden anderen Quadraten und 4 Rechtecken.

Begründe anhand dieser beiden Figuren, dass $a^2 + b^2 = c^2$ gilt!

Puzzle-Beweis - Lösung

- Die von dir gezeichneten Quadrate haben dieselben Seitenlängen, also auch denselben Flächeninhalt.
- Die 4 Dreiecke sind auch jeweils gleich, nehmen also denselben Flächeninhalt ein.
- Deshalb muss der Rest der Fläche, also einmal das blaue Quadrat (mit Flächeninhalt c^2) und zum anderen das blaue und das gelbe Quadrat zusammen (mit Flächeninhalten a^2 und b^2) gleich groß sein.