

Lösungen Arbeitsplan „Quadratische Ungleichungen“

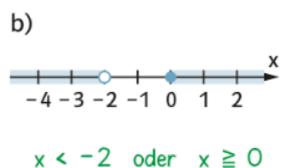
Lösungen Einstieg: Quadratische Ungleichungen

- 1 a) $x < 1$, $2 < x \leq 4$ und $x > 5$ b) $x \leq -1$ und $0 < x < 3$
- 2 a) $x_1 = -1$; $x_2 = 5$
 b) Für Werte zwischen -1 und 5 liegt die Parabel unterhalb der x-Achse, für Werte kleiner -1 und größer 5 oberhalb der x-Achse.
 c) $x^2 - 4x - 5 < 0$: $-1 < x < 5$
 $x^2 - 4x - 5 \leq 0$: $-1 \leq x \leq 5$
 $x^2 - 4x - 5 > 0$: $x < -1$ oder $x > 5$
 $x^2 - 4x - 5 \geq 0$: $x \leq -1$ oder $x \geq 5$
- 3 $x^2 - 4 = 0$: $x_1 = -2$; $x_2 = 2$ $x^2 - 4x + 4 = 0$: $x = 2$ $x^2 - 2x + 2 = 0$: keine Lösung
 $x^2 - 4 > 0$: $x < -2$ oder $x > 2$ $x^2 - 4x + 4 > 0$: alle reellen Zahlen außer 2 $x^2 - 2x + 2 > 0$: alle reellen Zahlen
 $x^2 - 4 \leq 0$: $-2 \leq x \leq 2$ $x^2 - 4x + 4 \leq 0$: $x = 2$ $x^2 - 2x + 2 \leq 0$: keine Lösung

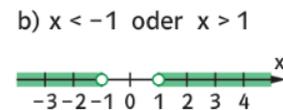
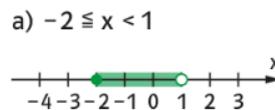
Lösungen AB „Quadratische Ungleichungen“

Quadratische Ungleichungen

- 1 Gib den auf der x-Achse markierten Bereich an.



- 2 Markiere den angegebenen Bereich auf der x-Achse.



- 3 Löse die quadratische Ungleichung mithilfe einer Skizze der zugehörigen Parabel und markiere in dieser Skizze den Bereich auf der x-Achse, für den die Ungleichung gilt.

a) $-x^2 - x + 6 \leq 0$

Zugehörige Gleichung:

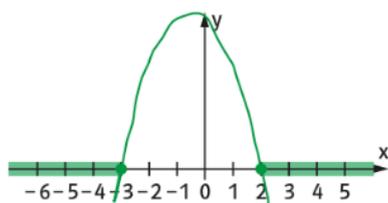
$-x^2 - x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{1 \pm 5}{-2}$$

$x_1 = \frac{6}{-2} = -3$; $x_2 = \frac{-4}{-2} = 2$

Parabelskizze:



Lösungen der Ungleichung:

alle x mit $x \leq -3$ oder $x \geq 2$

b) $-2x^2 - 2x + 4 > 0$

Zugehörige Gleichung:

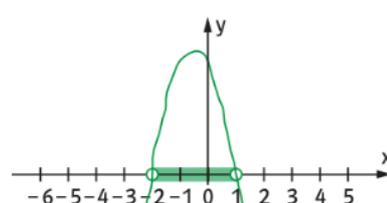
$-2x^2 - 2x + 4 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 4}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{36}}{-4} = \frac{2 \pm 6}{-4}$$

$x_1 = \frac{8}{-4} = -2$; $x_2 = \frac{-4}{-4} = 1$

Parabelskizze:



Lösungen der Ungleichung:

alle x mit $-2 < x < 1$

c) $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 > 0$

Zugehörige Gleichung:

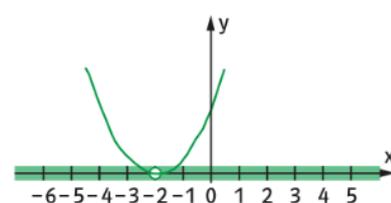
$\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{1} = \frac{-2 \pm 0}{1}$$

Lösung der Gleichung: $x = -2$

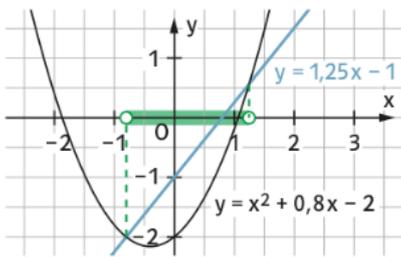
Parabelskizze:



Lösungen der Ungleichung:

alle x mit $x \neq -2$

4 a) Markiere in der Grafik den Bereich der x-Achse, in dem die Parabel unterhalb der Geraden verläuft.



b) Ermittle den markierten Bereich der x-Achse aus Teilaufgabe a) rechnerisch.

Die zu lösende Ungleichung ist:

$$x^2 + 0,8x - 2 < 1,25x - 1 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 0,8x - 1 < 1,25x \quad | -1,25x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 0,45x - 1 < 0$$

Zugehörige Gleichung:

$$x^2 - 0,45x - 1 = 0$$

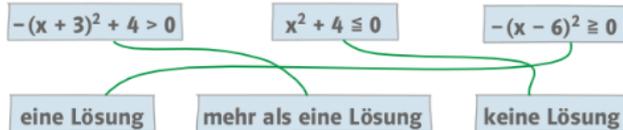
$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-(-0,45) \pm \sqrt{(-0,45)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{0,45 \pm \sqrt{0,2025 + 4}}{2} \\ &= \frac{0,45 \pm 2,05}{2} \end{aligned}$$

$$x_1 = 1,25; \quad x_2 = -0,8$$

Markierter Bereich der x-Achse:

alle x mit $-0,8 < x < 1,25$

5 Ordne die Kärtchen richtig zu. [T1]



6 Begründe, warum $2 \leq x < 5$ keine vollständige Lösung einer quadratischen Ungleichung sein kann.

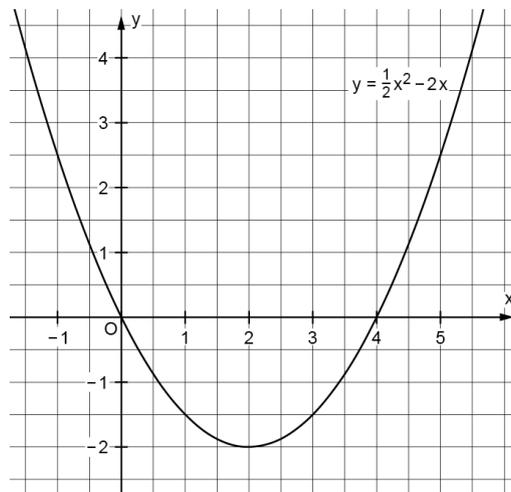
Entweder gehören beide „Randwerte“ (hier 2 und 5)

oder keiner der Randwerte zu den Lösungen.

Lösungen Trainingsblatt

- 1 a) $x_1 = -4; x_2 = 0$ b) $x < -4$ oder $x > 0$ c) $x \leq -4$ oder $x \geq 0$
 d) $-4 < x < 0$ e) $-4 \leq x \leq 0$ f) $x_1 = -6; x_2 = -2$
 g) $-6 < x < -2$ h) $-6 \leq x \leq -2$ i) $x < -6$ oder $x > -2$
 j) $x \leq -6$ oder $x \geq -2$

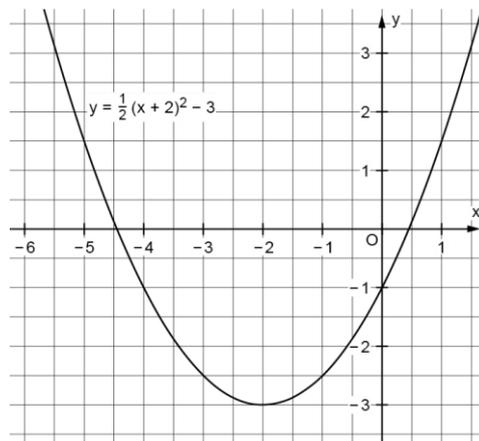
- 2 a) $x(0,5x - 2) = 0$
 Mit dem Satz vom Nullprodukt erhält man die Schnittstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$ mit der x-Achse.
 b) $S(2 | -2)$
 c) Schaubild der Parabel $y = 0,5x^2 - 2x$
 d) $\frac{1}{2}x^2 - 2x > 0: x < 0$ oder $x > 4$
 $\frac{1}{2}x^2 - 2x < 0: 0 < x < 4$



- 3 a) $-1 < x < 1$ b) $x < -\sqrt{5}$ oder $x > \sqrt{5}$ c) keine Lösung d) $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

- 4 a) $x_1 = \sqrt{6} - 2; x_2 = -\sqrt{6} - 2$
 b) $S(-2 | -3)$
 c) siehe Grafik rechts
 d) $-\sqrt{6} - 2 < x < \sqrt{6} - 2$
 $x \leq -\sqrt{6} - 2$ oder $x \geq \sqrt{6} - 2$

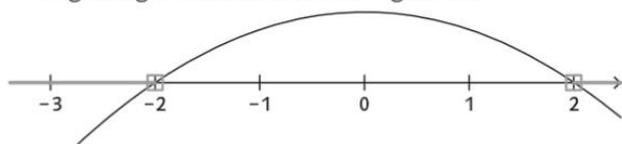
- 5 a) $1 < x < 3$
 b) $0 < x < 2$



Lösungen Aufgaben aus dem Buch

S. 164/4d

- d) Zugehörige Gleichung: $-x^2 + 4 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 2$; $x_2 = -2$
Zugehörige Parabel: Nach unten geöffnet



Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $x < -2$ oder $x > 2$.

5

- a) Zugehörige Gleichung: $x^2 - 2x - 3 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 3$; $x_2 = -1$
Zugehörige Parabel: Nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $-1 < x < 3$.
- b) Zugehörige Gleichung: $-x^2 + 3x + 4 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 4$; $x_2 = -1$
Zugehörige Parabel: Nach unten geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $x \geq 4$ oder $x \leq -1$.
- c) Zugehörige Gleichung: $2x^2 + 3x - 2 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = -2$
Zugehörige Parabel: Nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $-2 < x < \frac{1}{2}$.

10

- a) 1. Fehler: Beim Multiplizieren mit (-1) wird aus dem Kleinerzeichen ein Größerzeichen.
2. Fehler: Es wurde auf beiden Seiten -4 statt $+4$ gerechnet.
Richtig: $-x^2 < -5x + 4 \quad | \cdot (-1)$
 $\Leftrightarrow x^2 > 5x - 4 \quad | -5x + 4$
 $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 > 0$
Gleichung: $x^2 - 5x + 4 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 4$; $x_2 = 1$
Parabel nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $x > 4$ oder $x < 1$.

- d) Zugehörige Gleichung: $x^2 - x - 6 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 3$; $x_2 = -2$
Zugehörige Parabel: Nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $x \leq -2$ oder $x \geq 3$.
- e) Zugehörige Gleichung: $-2x^2 - 11x - 14 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = -5$
Zugehörige Parabel: Nach unten geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $-5 < x < -\frac{1}{2}$.
- f) Zugehörige Gleichung: $4x^2 - 10x + 4 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 2$; $x_2 = \frac{1}{2}$
Zugehörige Parabel: Nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $x \leq \frac{1}{2}$ oder $x \geq 2$.

- b) Fehler: Fehler beim Multiplizieren, der Term $3x$ wurde falsch mit -3 multipliziert.
Richtig: $3x - \frac{1}{3}x^2 \geq 6 \quad | \cdot (-3)$
 $\Leftrightarrow x^2 - 9x \leq -18 \quad | +18$
 $\Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 \leq 0$
Gleichung: $x^2 - 9x + 18 = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 6$; $x_2 = 3$
Parabel nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $3 \leq x \leq 6$.
- c) Fehler beim Ausmultiplizieren von $x(x+1)$.
Richtig: $2x^2 > x(x+1) \quad | -$
 $\Leftrightarrow 2x^2 > x^2 + x \quad | -x^2 - x$
 $\Leftrightarrow x^2 - x > 0$
Gleichung: $x^2 - x = 0$
Lösungen der Gleichung: $x_1 = 1$; $x_2 = 0$
Parabel nach oben geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $x > 1$ oder $x < 0$.

12

- Länge der Weide: x ; Breite der Weide: y
Bedingung: $2 \cdot (x + y) = 26 \Leftrightarrow y = 13 - x$
Flächeninhalt: $A = x \cdot y = x \cdot (13 - x) \geq 40$
 $\Leftrightarrow -x^2 + 13x - 40 \geq 0$
Gleichung: $-x^2 + 13x - 40 = 0$
Lösungen: $x_1 = 8$; $x_2 = 5$
Parabel nach unten geöffnet
Lösungen der Ungleichung:
Alle Zahlen x mit $5 \leq x \leq 8$.
Die Weide darf höchstens 8m lang sein.